|  |  |
| --- | --- |
| Gerb-BMSTU_01 | **Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  **Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  **высшего образования**  **«Московский государственный технический университет**  **имени Н.Э. Баумана**  **(национальный исследовательский университет)»**  **(МГТУ им. Н.Э. Баумана)** |

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Лабораторная работа № 4**

|  |  |
| --- | --- |
| **Дисциплина** Вычислительные алгоритмы  **Тема** Построение и программная реализация алгоритма наилучшего среднеквадратичного приближения.  **Студент** Склифасовский Д. О.  **Группа ИУ 7-45**  **Оценка (баллы) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**  **Преподаватель \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_** |  |

Москва.

2020 г.

**Цель работы:** Получение навыков построения алгоритма метода наименьших квадратов с использованием полинома заданной степени при аппроксимации табличных функций с весами.

**Исходные данные:**

1. Таблица функции с весами Pi с количеством узлов N.
2. Степень аппроксимирующего полинома - n.

**Результат работы программы:** Графики, построенные по аналогии с рис.1 в тексте Лекции №4: точки - заданная табличная функция, кривые- найденные полиномы.

**Описание алгоритма:**

Под близостью в среднем исходной и аппроксимирующей функций будем понимать результат оценки суммы.

– исходная функция

– множество функций, принадлежащих линейному пространству

– вес точки

Найти наилучшее приближение, т.е.:

Разложим функцию по системе линейно независимых функций :

Подставляя (2) в условие (3):

Дифференцируя это выражение по и приравнивая производные нулю, найдем

Где

Для применения метода наименьших квадратов в случае аппроксимации полиномом следует действовать следующим образом.

1. Выбирается степень полинома n<<N. Обычно степень полинома не превышает 5-6.

2. Составляется система линейных алгебраических уравнений типа (4.6).

3. В результате решения СЛАУ находятся коэффициенты полинома 

**Результаты работы программы:**

1. **Случай, когда веса точек равны между собой**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| 0 | -1 | 1 |
| 1 | -0.54 | 1 |
| 2 | 0.42 | 1 |
| 3 | 0.99 | 1 |
| 4 | 0.65 | 1 |
| 5 | -0.28 | 1 |
| 6 | -0.96 | 1 |
| **7** | -0.75 | 1 |
| 8 | 0.15 | 1 |
| 9 | 0.91 | 1 |

График при n = 1:

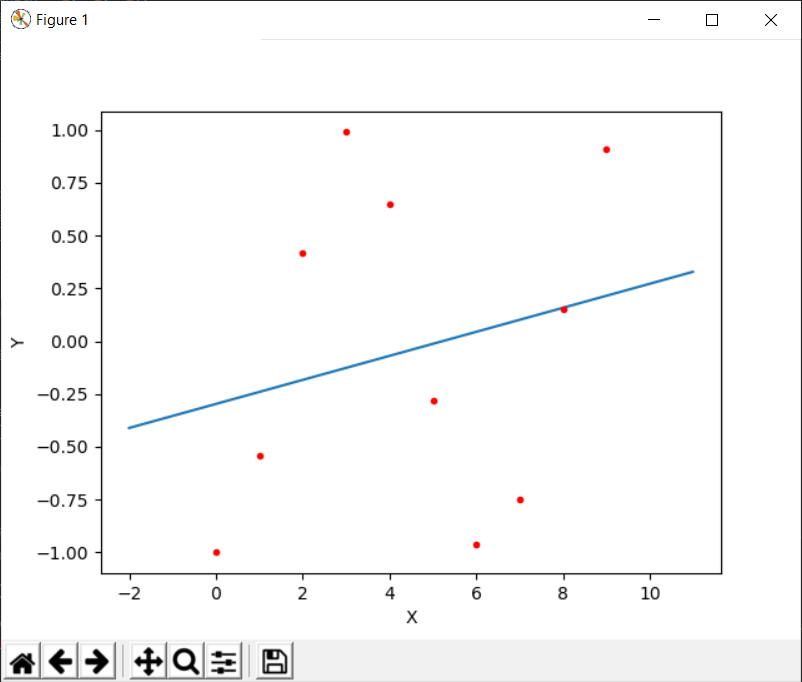


График при n = 3:

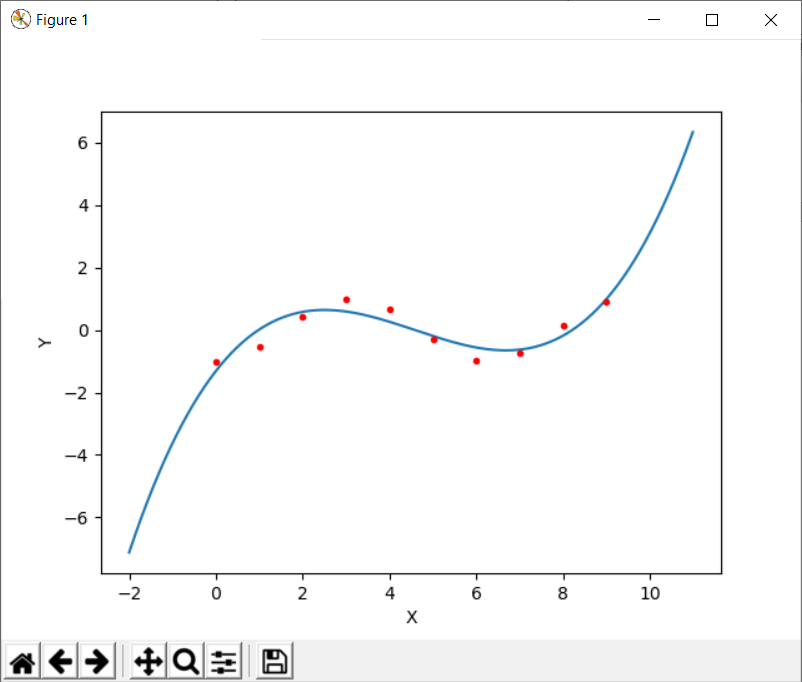
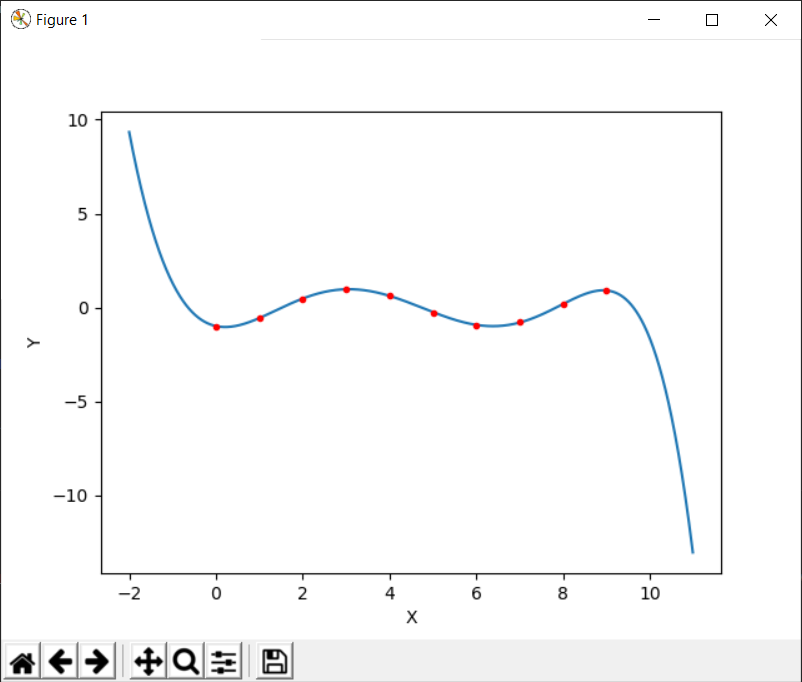
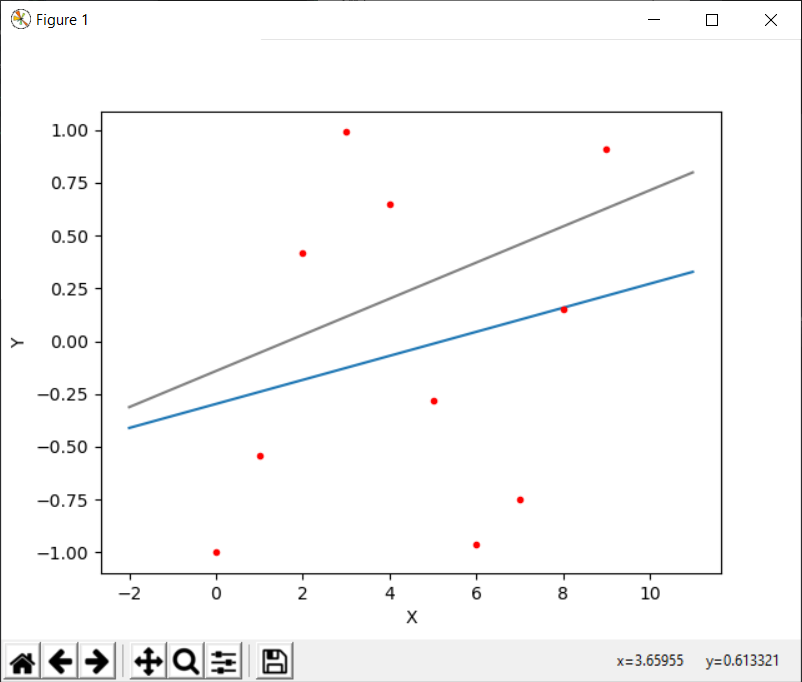


График при n = 6

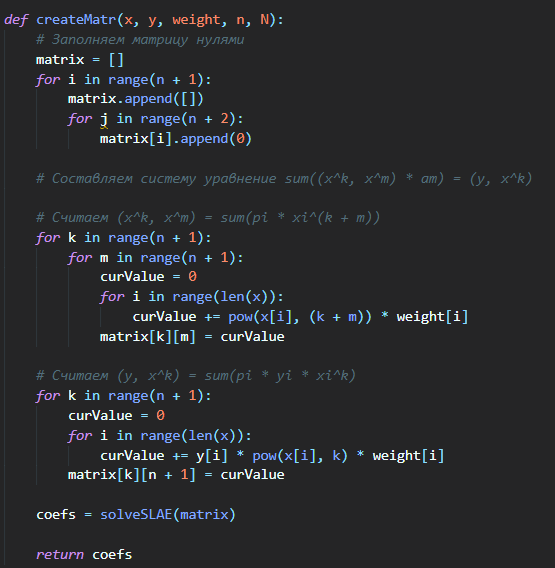


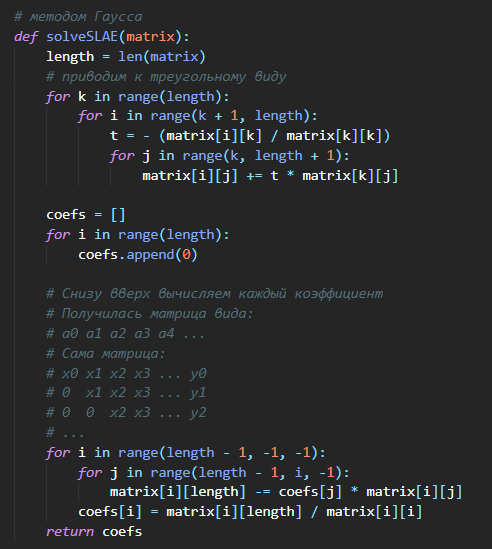
1. Случай, когда веса точек различны

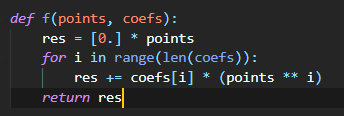
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 0 | -1 | 1 | 0.8 |
| 1 | -0.54 | 1 | 0.9 |
| 2 | 0.42 | 1 | 1 |
| 3 | 0.99 | 1 | 1.6 |
| 4 | 0.65 | 1 | 1.8 |
| 5 | -0.28 | 1 | 2 |
| 6 | -0.96 | 1 | 0.1 |
| **7** | -0.75 | 1 | 0.2 |
| 8 | 0.15 | 1 | 0.2 |
| 9 | 0.91 | 1 | 0.4 |



**Реализация:**







**Ответы на вопросы:**

1. Что произойдет при задании степени полинома n=N-1 (числу узлов таблицы минус 1)?

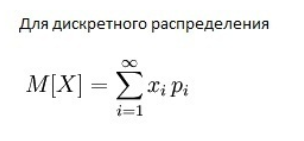
Для определения полинома степени N-1 будет использовано N точек. Это означает, что полином будет построен по всем точкам, не зависимо от их весов.

1. Будет ли работать Ваша программа при n >= N? Что именно в алгоритме требует отдельного анализа данного случая и может привести к аварийной остановке?

Программа будет работать. Но полином степени n нельзя будет построить, так как определитель будет = 0. Будут производиться операции с действительными числами, т. е. возникает погрешность вычислений.

1. Получить формулу для коэффициента полинома при степени полинома n=0. Какой смысл имеет величина, которую представляет данный коэффициент?

Если преобразовать данную формулу получится математическое ожидание.



1. Записать и вычислить определитель матрицы СЛАУ для нахождения коэффициентов полинома для случая, когда n=N=2. Принять все p=1.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  | 1 |
|  |  | 1 |

СЛАУ будет иметь вид:

Найдем определитель:

Так как определитель равен 0 => система не имеет решений.

1. Построить СЛАУ при выборочном задании степеней аргумента полинома

, причем степени n и m в этой формуле известны.